

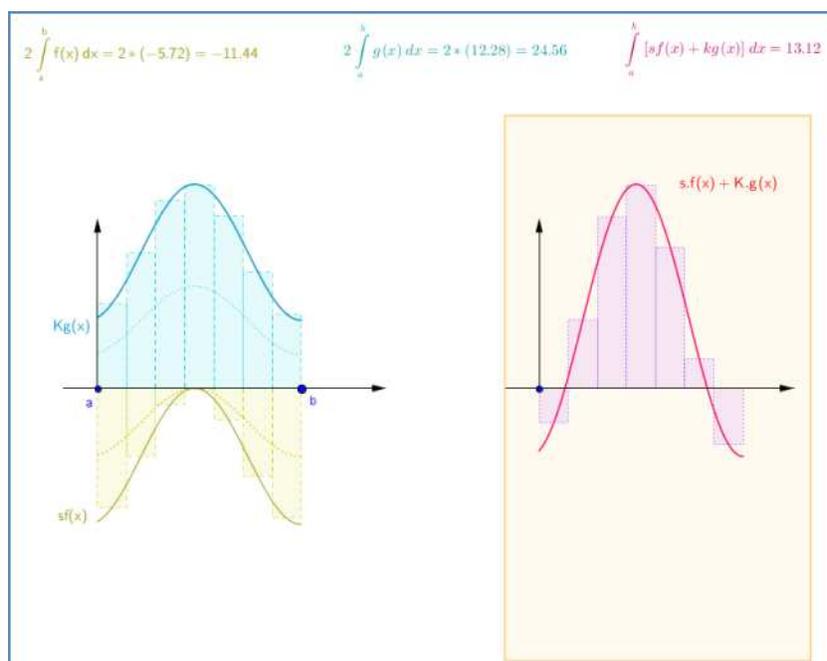


TEMA Integración de funciones de una variable

Propiedades: Linealidad y monotonía

PROPIEDAD 1 (Carácter lineal de la integral definida).- Si $f(x)$ y $g(x)$ son dos funciones integrables en $[a, b]$ también son integrables las funciones $f(x) \pm g(x)$ y $kf(x)$ con $k \in \mathbb{R}$, cumpliéndose:

$$\begin{aligned} \blacksquare \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx &= \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx \\ \blacksquare \int_a^b k f(x) dx &= k \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$



PROPIEDAD 2 (Inversión de los límites de integración).- Si se invierten los límites de una integral ésta cambia de signo,

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

PROPIEDAD 3.- Para todo número real a se tiene $\int_a^a f(x)dx = 0$

PROPIEDAD 4 (Propiedad aditiva del intervalo de integración).- Si $f(x)$ es integrable en los intervalos $[a, b]$ y $[b, c]$ con $a < b < c$ entonces f es integrable en $[a, c]$ siendo,

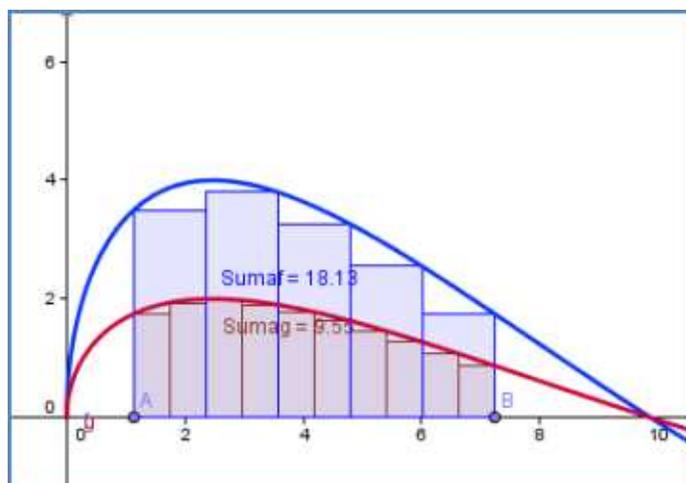
$$\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$

PROPIEDAD 5 (Positividad).- Si f es integrable y no negativa en $[a, b]$, entonces

$$\int_a^b f(x)dx \geq 0$$

PROPIEDAD 6 (Propiedad de monotonía).- Si f y g son integrables en $[a, b]$ y además $f(x) \leq g(x)$, entonces

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$



PROPIEDAD 7 (Acotación modular).- Se verifica

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$$

Material interactivo

- Laboratorio Propiedades de la Integral
- Ejercicio: Integrabilidad y propiedades. Ejemplo 1