Primitivas

Definición (Función primitiva).- Se dice que $F(x)$ es una función primitiva de otra función $f(x)$ si y sólo si se verifica

$$F'(x) = f(x) \quad \forall x \in D_f$$

siendo D_f el dominio de la función $f(x)$.

Obsérvese que si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ también se verificará $dF(x) = f(x)dx$.

PROPOSICIÓN.- Si $F(x)$ es un primitiva de $f(x)$, también serán primitivas de $f(x)$ todas aquellas funciones $G(x)$ que verifiquen $G(x) = F(x) + C$ y sólo esas.

TEOREMA (Existencia de primitiva).- La condición necesaria y suficiente para que $f(x)$ tenga función primitiva en un intervalo I, es que sea continua en I.

El proceso de cálculo de primitivas se denomina **integración** y se denota por el símbolo $\int$, llamado **signo integral**.

Definición (Integral indefinida).- Dada una función $f(x)$ continua en un intervalo I, se llama integral indefinida de $f(x)$ y se representa por $\int f(x)dx$
al conjunto de funciones que tienen por diferencial $f(x)dx$ (tienen por derivada $f(x)$). Es decir,

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

donde $f(x)$ se llama **integrando** o **función subintegral** y C **constante de integración**. Debiendo verificarse

$$\frac{d}{dx}\left[F(x) + C\right] = f(x)$$

Propiedades de la Integral indefinida.- Sea $f(x)$ una función continua en el intervalo abierto I. Entonces se verifican las siguientes propiedades:

- (P1) $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ siendo k una constante.
- (P2) $\int [f(x) \pm g(x)]\, dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Las propiedades P1 y P2 confieren al operador de integración de carácter lineal. Una forma coloquial de expresar que dos operadores son inversos, consiste en decir que cada uno anula o destruye el efecto producido por el otro. Resulta inmediato comprobar que la integración es la operación inversa de la diferenciación.

TEOREMA.- Los operadores $\int$ (integración) y d (diferenciación), son inversos, si bien cuando se aplican en el orden $\int\ d$ debe añadirse una constante arbitraria.

Material interactivo

- Laboratorio: Integrales casi inmediatas
- Laboratorio: Integrales por sustitución
- Laboratorio: Integrales por partes
- Laboratorio: Integrales de funciones racionales
- Laboratorio: Integrales de funciones trigonométricas