

Existencia y propiedades

Condiciones suficientes de integrabilidad

- Si una función f es continua en un rectángulo R , entonces es integrable sobre R .
- Si una función f es acotada en un rectángulo R y es continua en él, salvo sobre un número finito de curvas suaves contenidas en R , entonces es integrable sobre R .

Propiedades

PROPIEDAD 1 (Linealidad). La integral doble es lineal:

$$\int \int_R (af(x, y) + bg(x, y)) dA = a \int \int_R f(x, y) dA + b \int \int_R g(x, y) dA$$

PROPIEDAD 2 (Aditividad del dominio de integración). La integral doble es aditiva sobre rectángulos que tengan en común como mucho un segmento de recta:

$$\int \int_{R_1 \cup R_2} f(x, y) dA = \int \int_{R_1} f(x, y) dA + \int \int_{R_2} f(x, y) dA, \text{ si } \text{Area}(R_1 \cap R_2) = 0$$

PROPIEDAD 3 (Acotación). Si $f(x, y) \leq g(x, y)$ en casi todos los puntos (es decir, en todos los puntos menos en un número finito) de R , entonces

$$\int \int_R f(x, y) dA \leq \int \int_R g(x, y) dA$$

PROPIEDAD 4 (Acotación modular). Para cualquier f integrable en R ,

$$\left| \int \int_R f(x, y) dA \right| \leq \int \int_R |f(x, y)| dA$$